

ÜBER DAS ÄSTHETISCHE ZEICHNEN VON BÄUMEN

RALF HINZE

Institut für Informatik III
Universität Bonn

Email: `ralf@informatik.uni-bonn.de`

Homepage: `http://www.informatik.uni-bonn.de/~ralf`

Mai, 2001

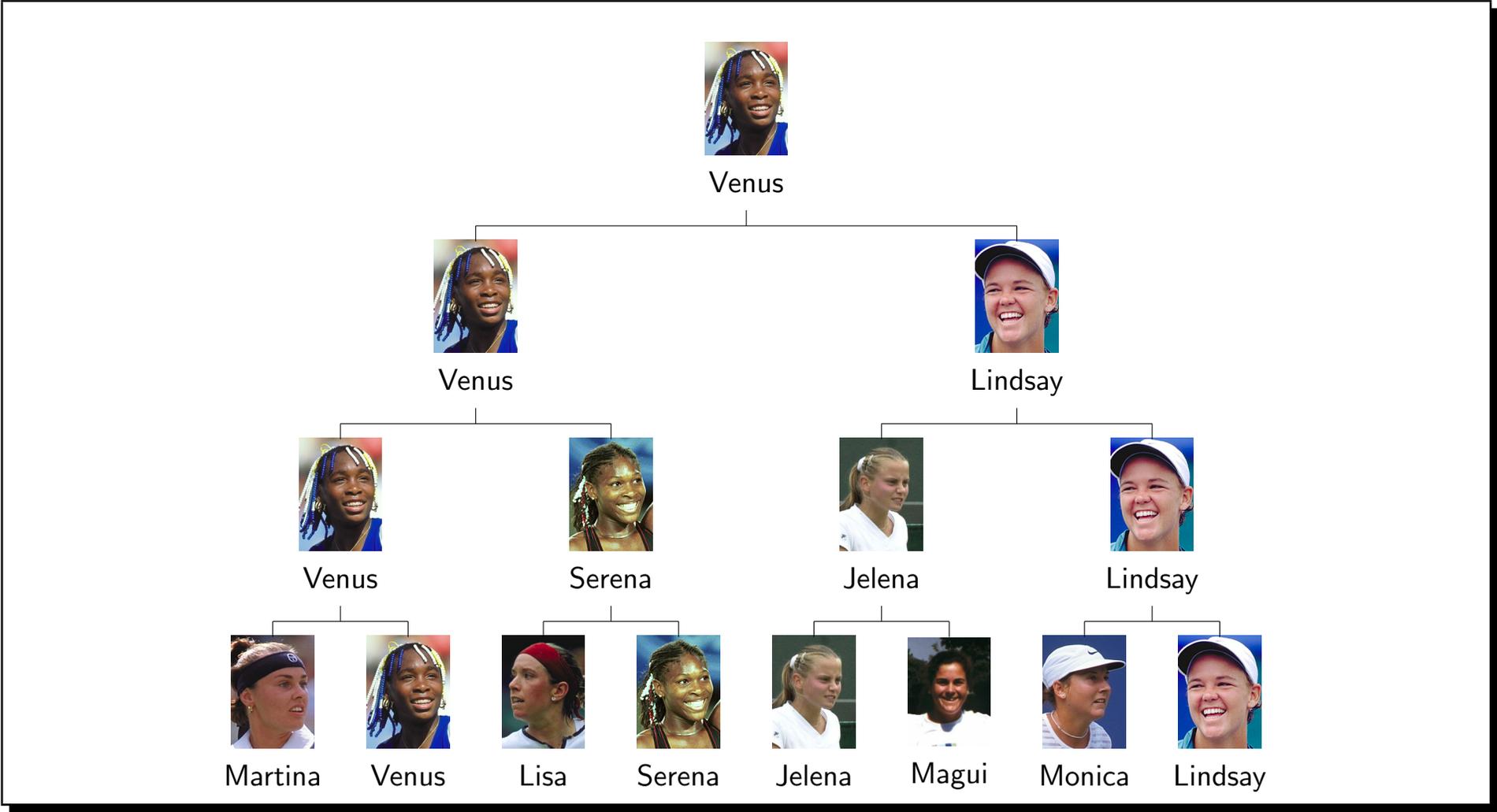
(Die Folien sind elektronisch verfügbar: `.../~ralf/talks.html#T26.`)

Überblick

- ✘ Bäume in der Informatik und anderswo
- ✘ ASCII-Kunst
- ✘ 4 Regeln für ästhetisch ansprechende Zeichnungen
- ✘ Ein Streifzug durch die Wälder
- ✘ Wenn der Platz nicht reicht . . .

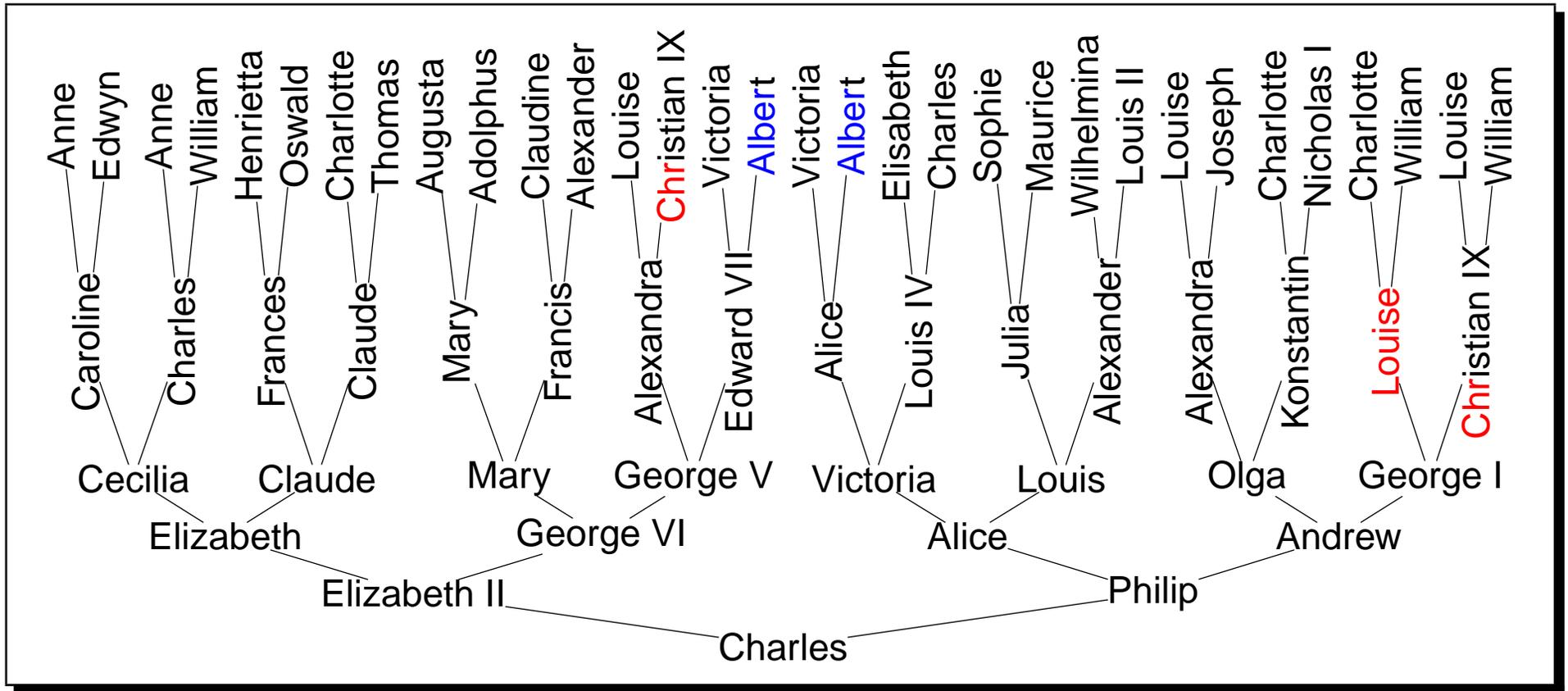
Turnierbäume

Dameneinzel, Wimbledon 2000.



Stammbäume: Ahnentafel oder Pedigree

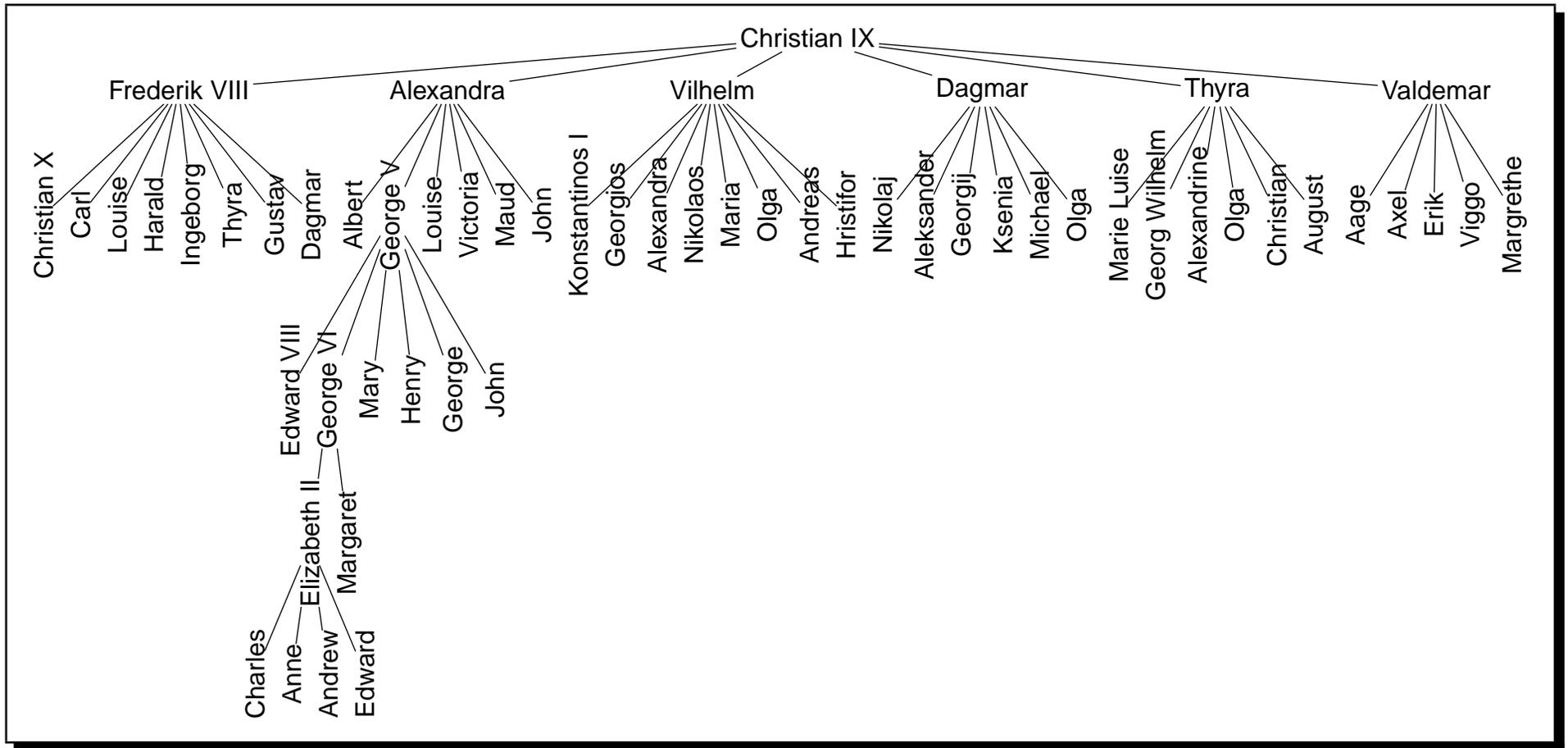
Die Vorfahren von Prinz Charles: ein Binärbaum.



☞ Königin **Victoria** und Prinz **Albert** sowie Königin **Louise** und König **Christian IX** treten zweimal auf.

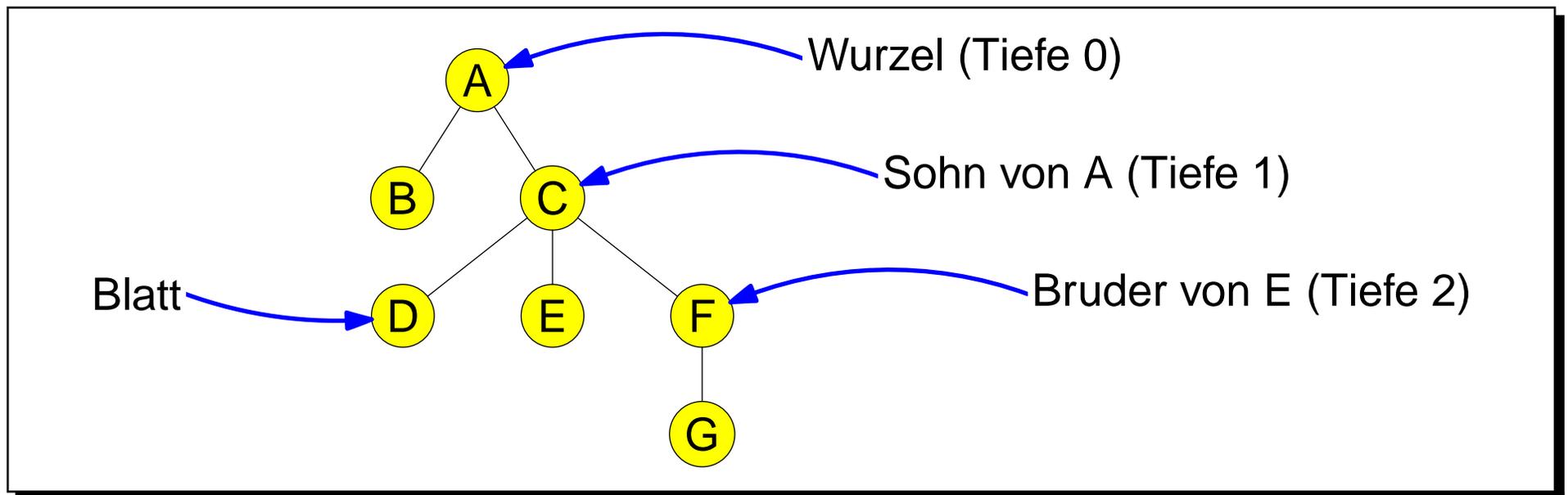
Stammbäume: Abstammungsbaum

Die Nachfahren von König Christian IX von Dänemark: ein Mehrwegbaum.



Nomenklatur

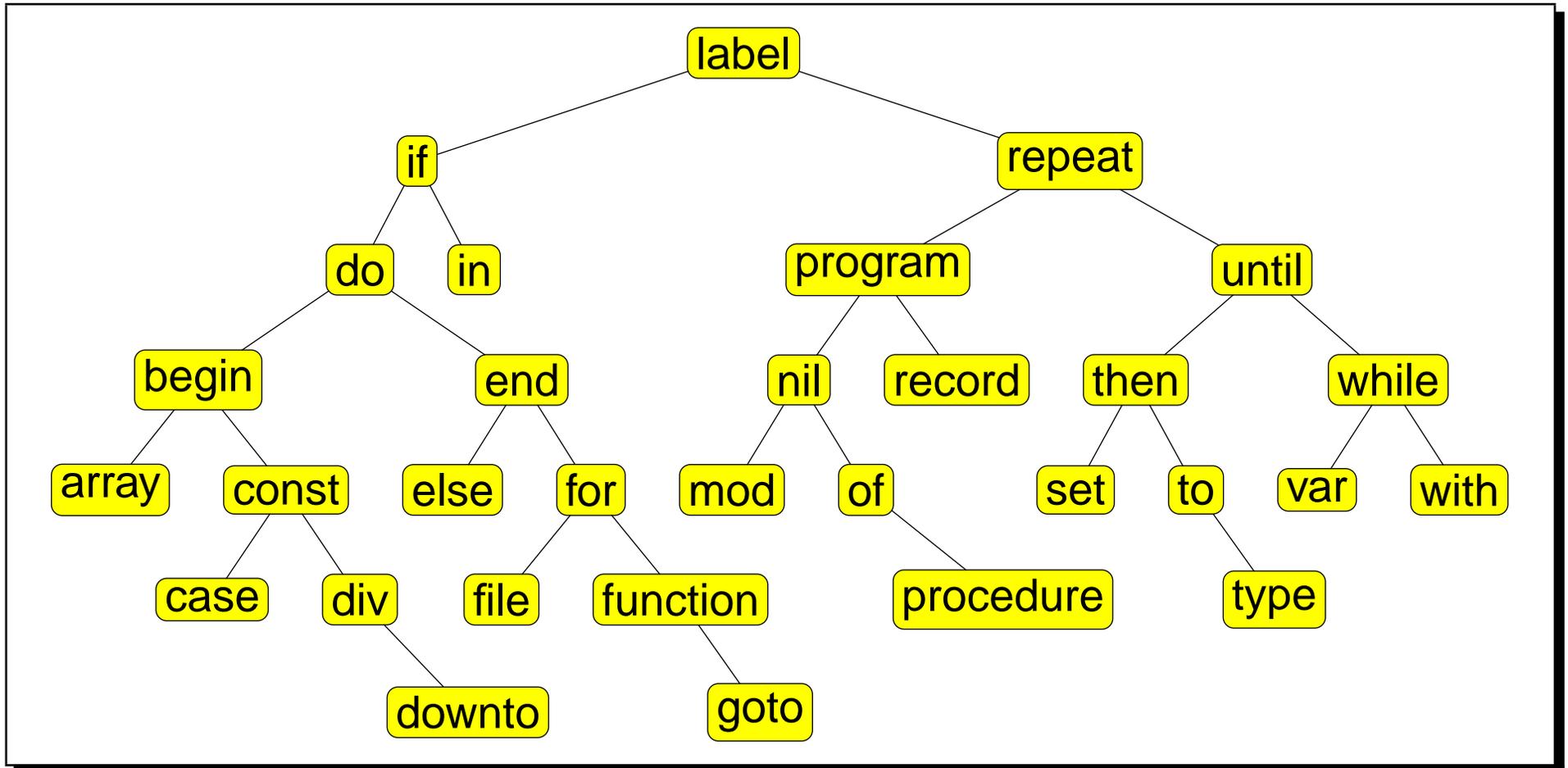
In der Informatik werden Bäume von oben nach unten gezeichnet (die Wurzel oben und die Blätter unten).



Die Begriffe kommen aus der Biologie und von den Stammbäumen.

Bäume in der Informatik: Suchbäume

Reservierte Bezeichner in der Programmiersprache Pascal.



Überblick

- ✓ Bäume in der Informatik und anderswo
- ✗ ASCII-Kunst
- ✗ 4 Regeln für ästhetisch ansprechende Zeichnungen
- ✗ Ein Streifzug durch die Wälder
- ✗ Wenn der Platz nicht reicht . . .

Textuelle Darstellung: Klammersausdrücke

Bäume lassen sich mit Hilfe von Klammersausdrücken darstellen.

Ohne Einrückung:

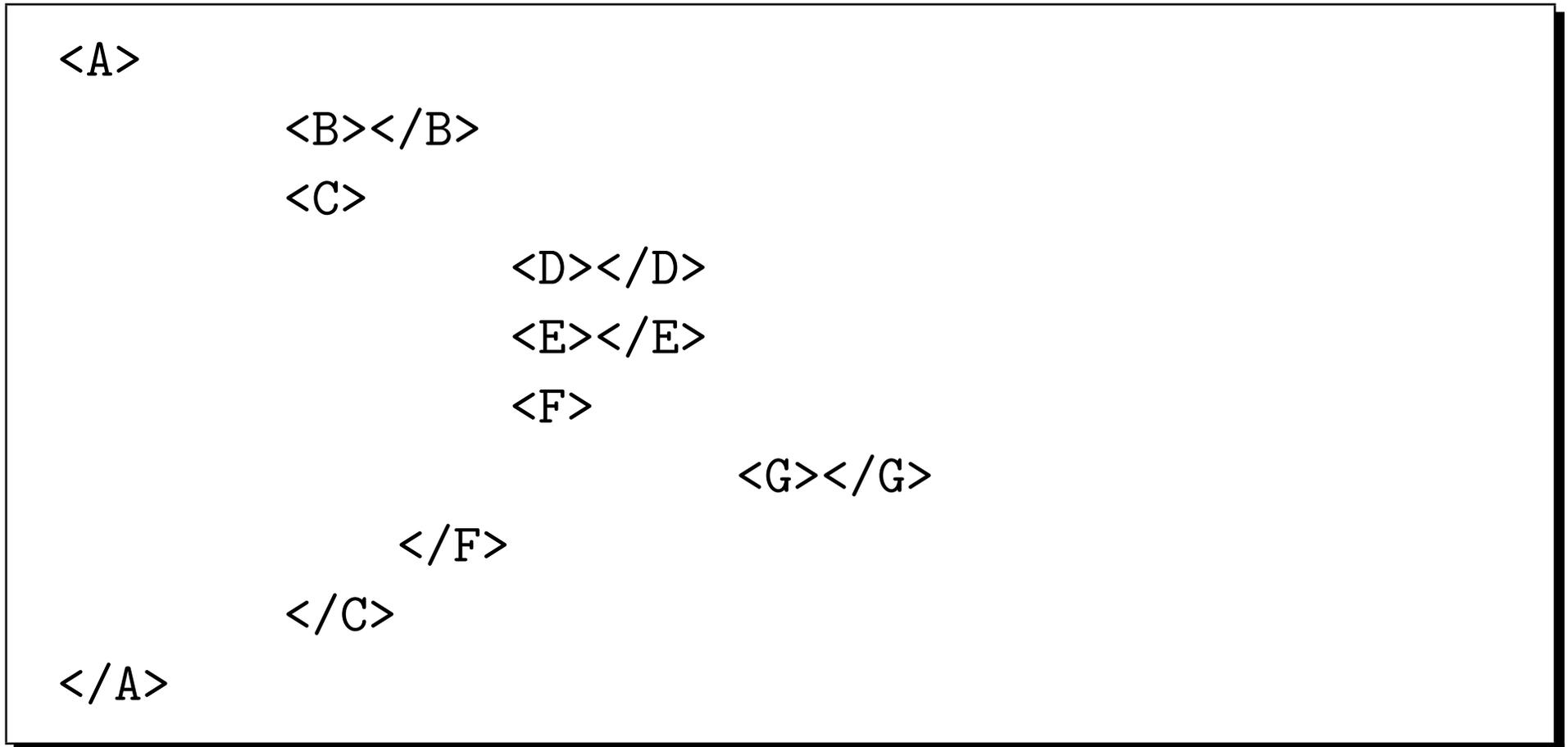
```
A (B (), C (D (), E (), F (G ())))
```

Mit Einrückung:

```
A (  
    B (),  
    C (  
        D (),  
        E (),  
        F (  
            G ())))
```

Klammerausdrücke: eine moderne Variante

Auch HTML-Seiten stellen Bäume dar:



Statt $A(T_1, \dots, T_n)$ schreibt man $\langle A \rangle T_1 \cdots T_n \langle /A \rangle$.

Überblick

- ✓ Bäume in der Informatik und anderswo
- ✓ ASCII-Kunst
- ✗ 4 Regeln für ästhetisch ansprechende Zeichnungen
- ✗ Ein Streifzug durch die Wälder
- ✗ Wenn der Platz nicht reicht . . .

Ästhetisches Zeichnen

Problem:

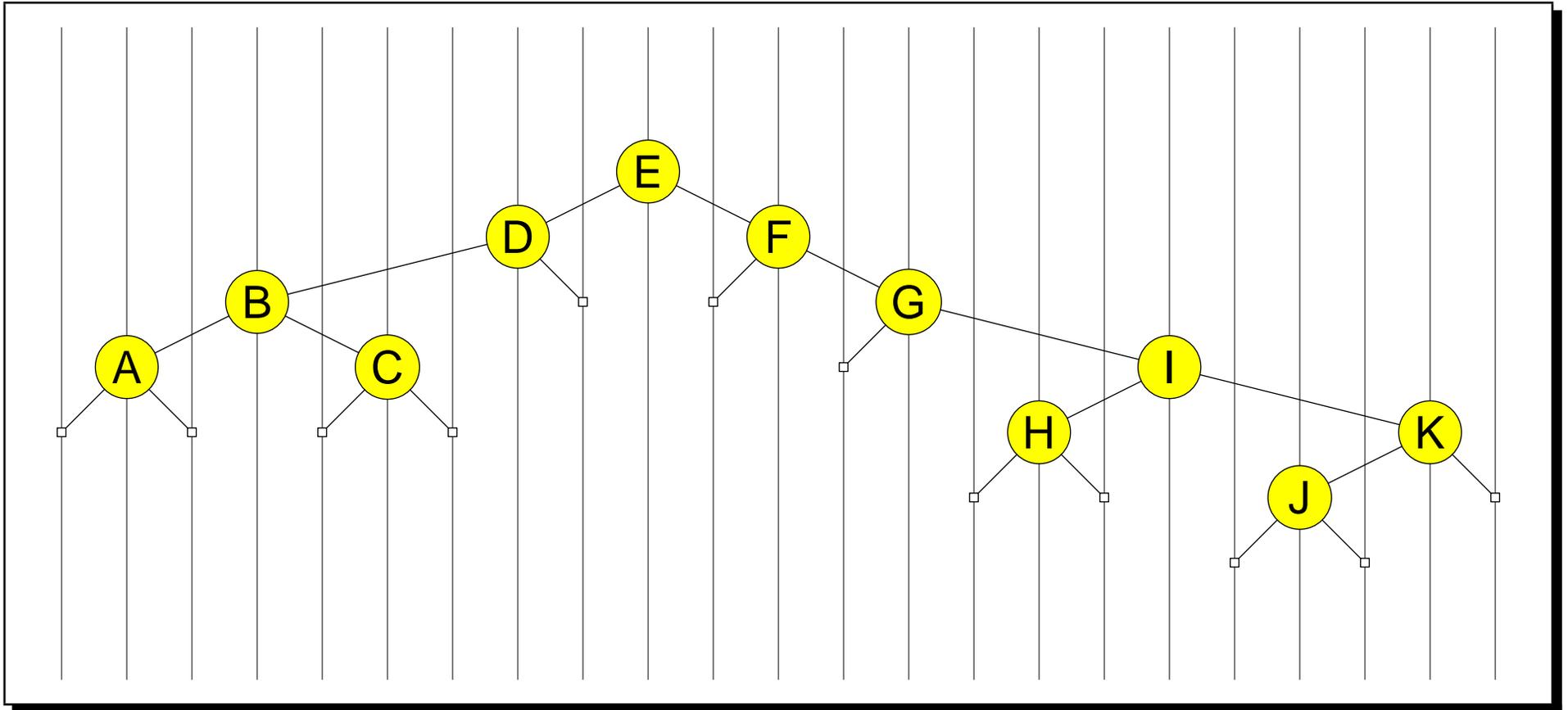
Weise den Knoten eines Baumes x - und y -Koordinaten zu, so daß ein ästhetisch ansprechendes Bild entsteht.

Grundregeln:

- 1
 - Knoten der gleichen Tiefe erhalten die gleiche y -Koordinate.
 - Die Söhne werden von links nach rechts gezeichnet.
 - Die Knoten dürfen sich nicht überlappen.

Layout Algorithmus von Knuth (1971)

Idee: Die x -Koordinate wird durch die Inorder-Reihenfolge bestimmt.



Nachteile: Der Vater wird nicht über den Söhnen zentriert. Der Platz wird schlecht ausgenutzt.

20 Jahre Forschung

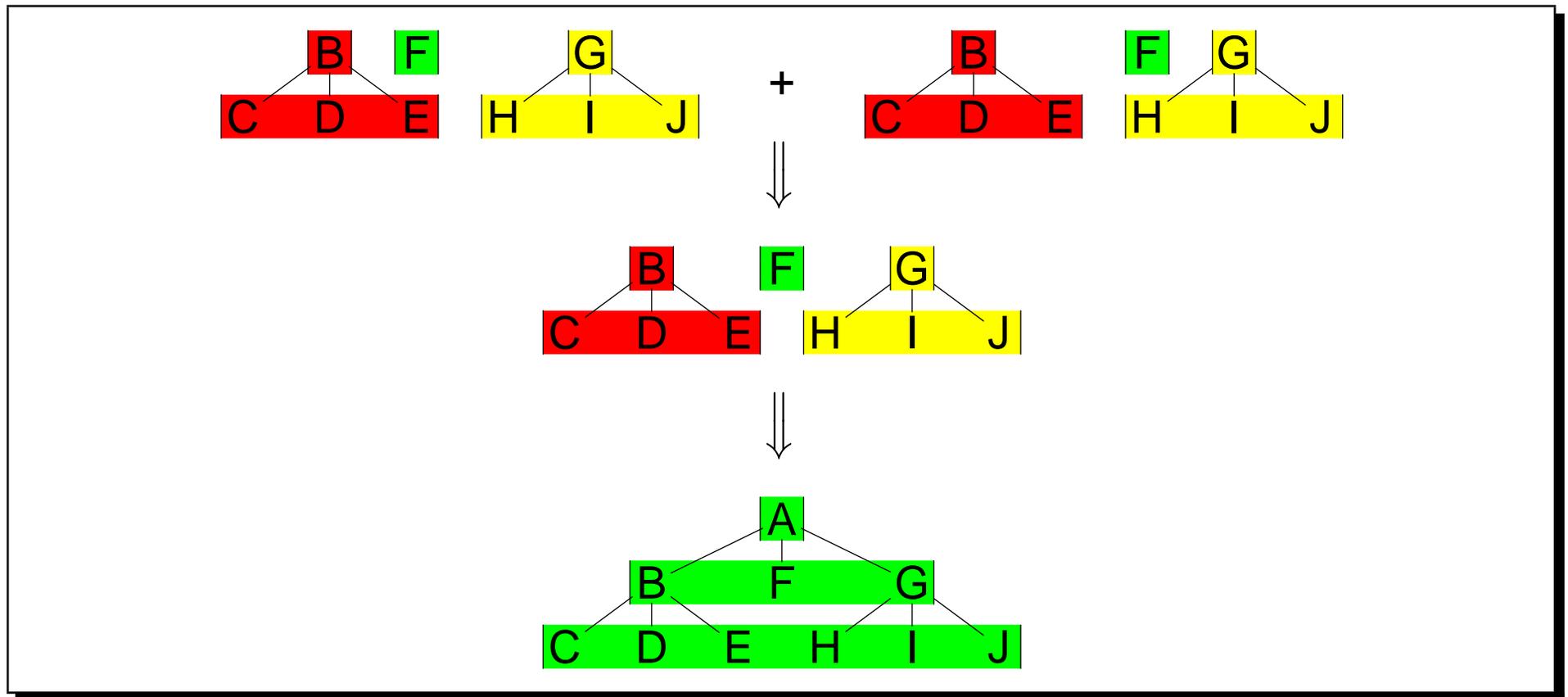
Die folgenden Regeln legen das Layout eines Baums eindeutig fest.

- ② *Symmetrie I:* Der Vater wird über den Söhnen zentriert.
- ③ *Symmetrie II:* Spiegelt man einen Baum, so erhält man ein gespiegeltes Layout.
- ④ *Regularität:* Gleiche Teilbäume werden gleich gezeichnet.

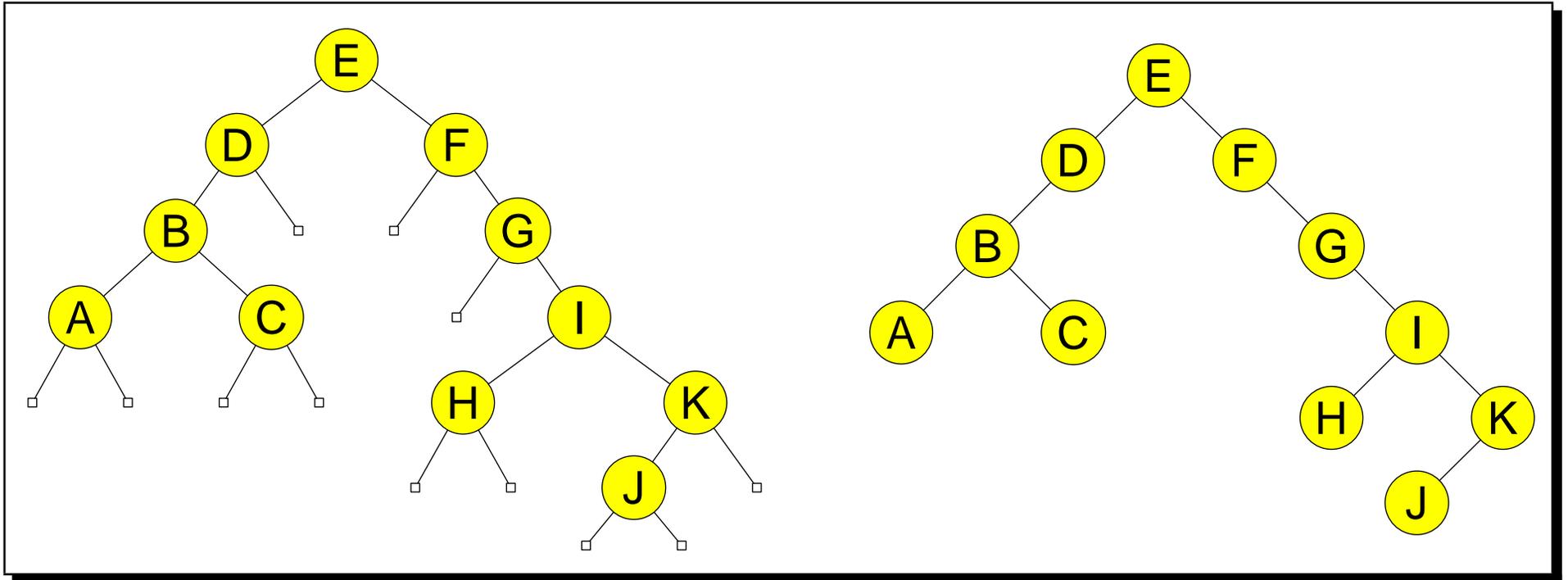
Die Teilbäume werden schließlich so eng wie möglich aneinandergesetzt — ohne dabei die vierte Regel zu verletzen.

Layout Algorithmus von Radack (1988)

Idee: Zeichne zuerst die Teilbäume (auf verschiedene Blatt Papier).
Füge diese unter Beachtung der Regeln möglichst dicht aneinander.
Plaziere die Wurzel mittig über die Söhne.



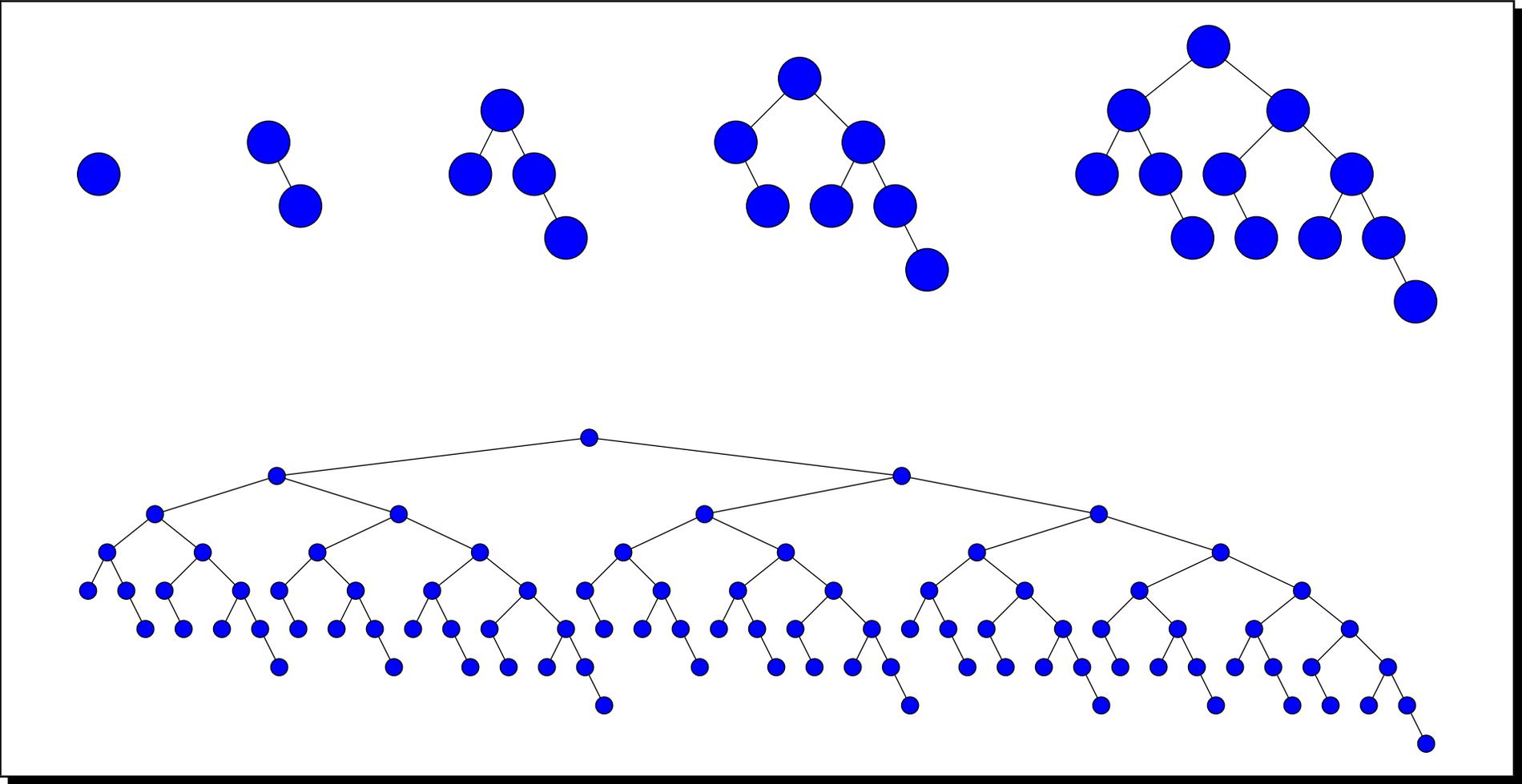
Da capo



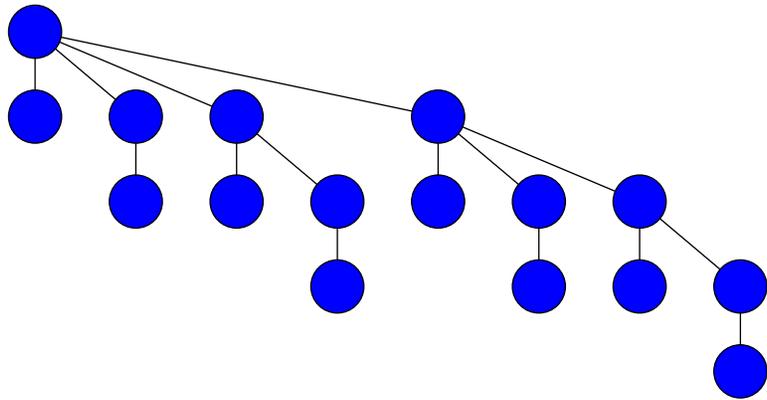
Überblick

- ✓ Bäume in der Informatik und anderswo
- ✓ ASCII-Kunst
- ✓ 4 Regeln für ästhetisch ansprechende Zeichnungen
- ✗ Ein Streifzug durch die Wälder
- ✗ Wenn der Platz nicht reicht . . .

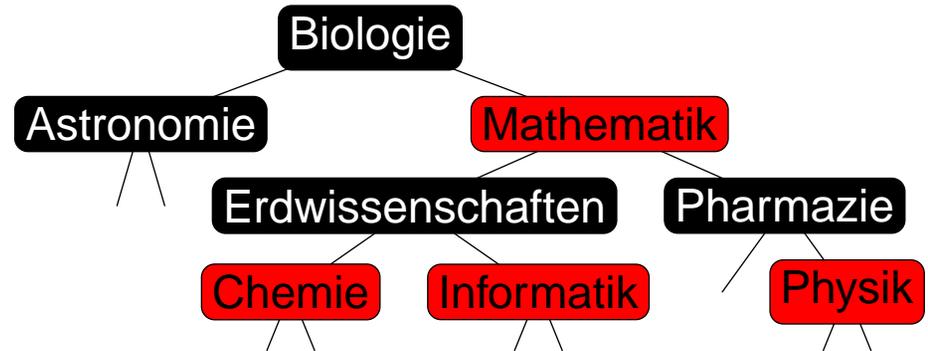
Fibonacci-Bäume



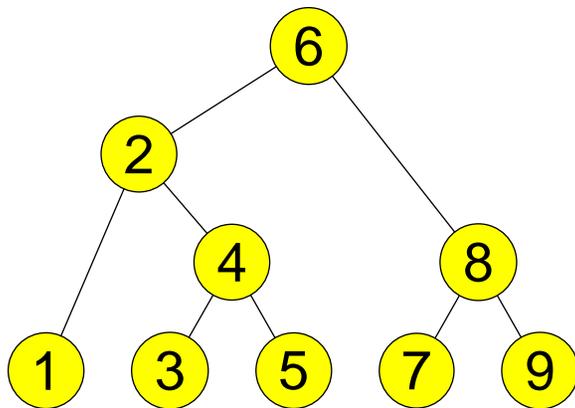
Verschiedene Baumklassen



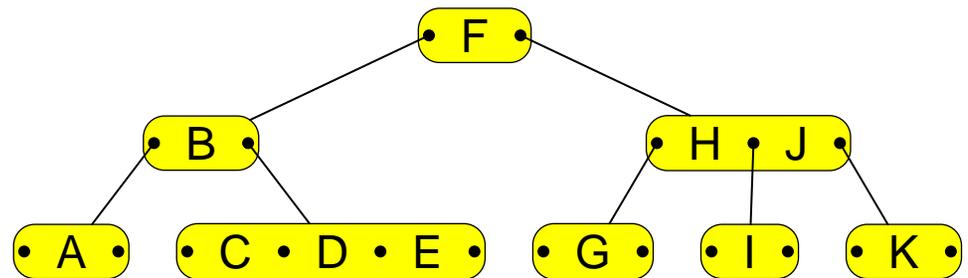
Binomialbaum



Rot-schwarz Baum



1-2 Bruderbaum



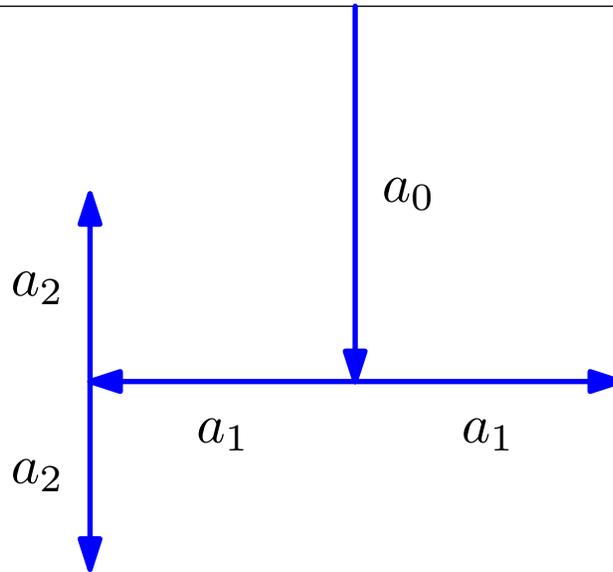
2-3-4 Baum

Überblick

- ✓ Bäume in der Informatik und anderswo
- ✓ ASCII-Kunst
- ✓ 4 Regeln für ästhetisch ansprechende Zeichnungen
- ✓ Ein Streifzug durch die Wälder
- ✗ Wenn der Platz nicht reicht . . .

Wenn der Platz nicht reicht . . .

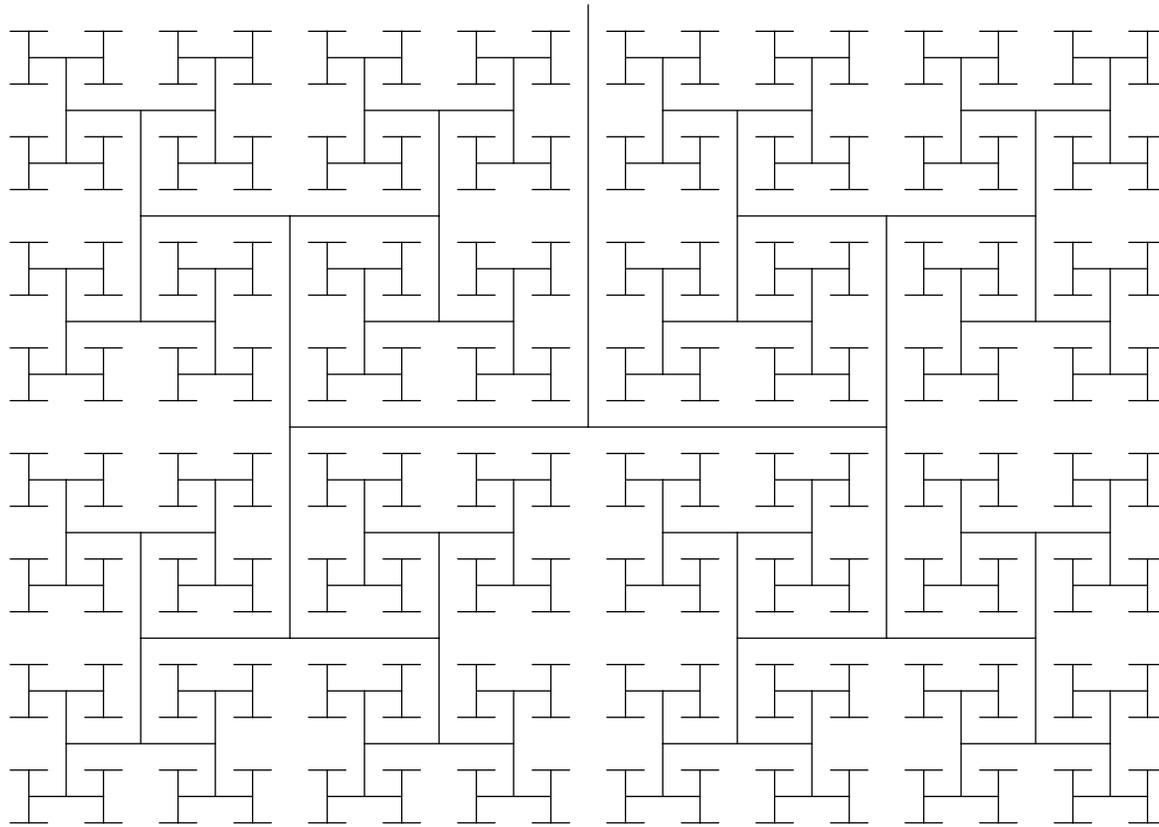
Mit Hilfe der folgenden Technik kann ein beliebig großer Binärbaum gezeichnet werden.



Jeder Knoten wird durch einen Strich dargestellt ($a_{i+1} = a_i / \sqrt{2}$).

H-Bäume

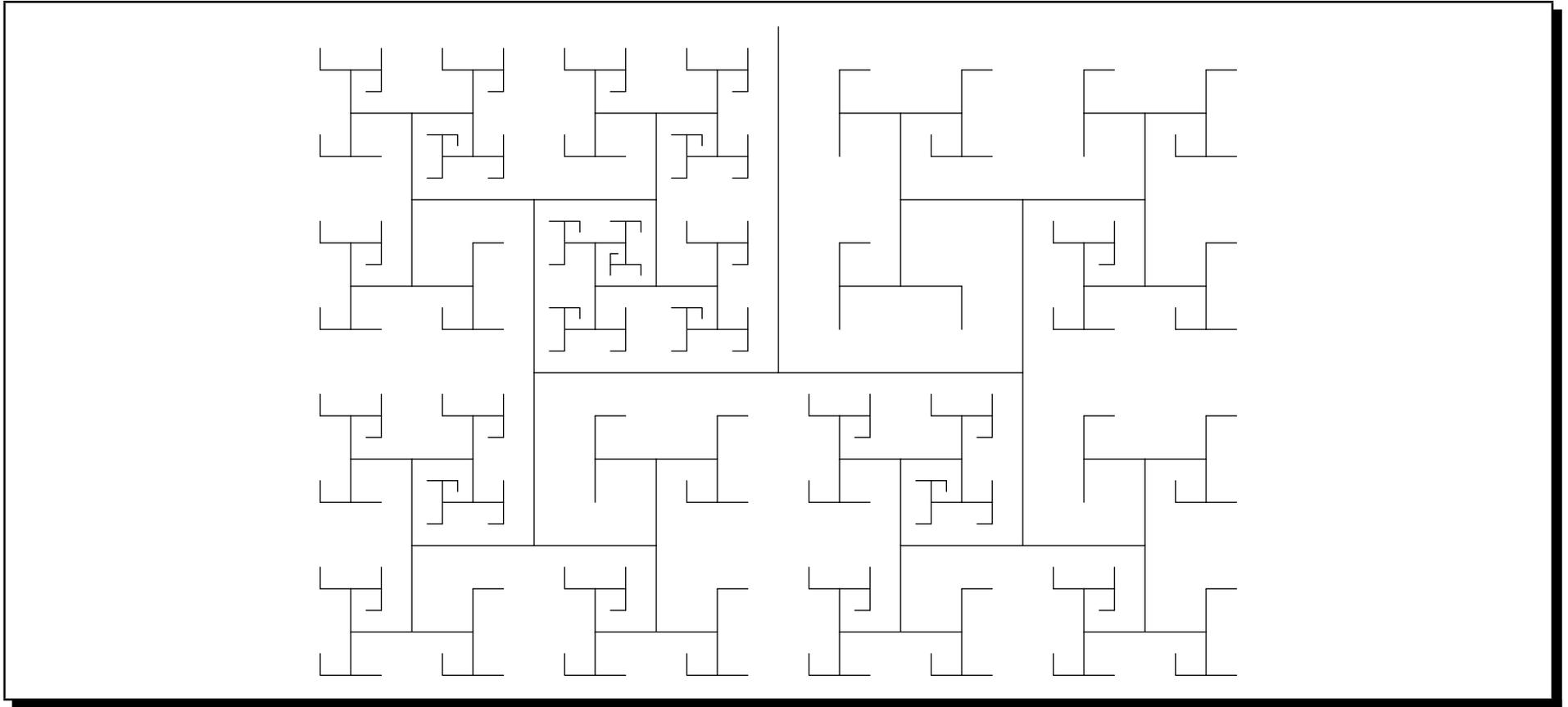
Ein vollständiger Baum der Tiefe 10 (mit $2^{10} - 1 = 1023$ Knoten).



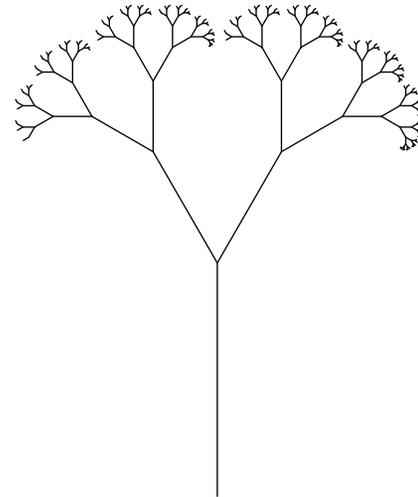
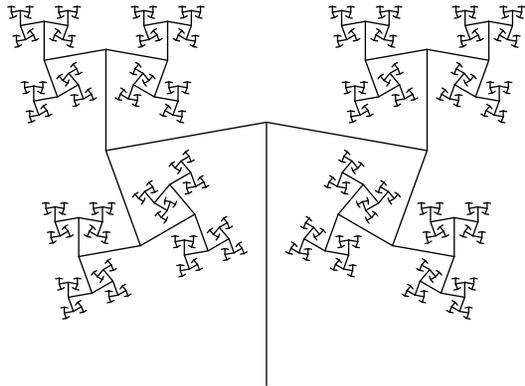
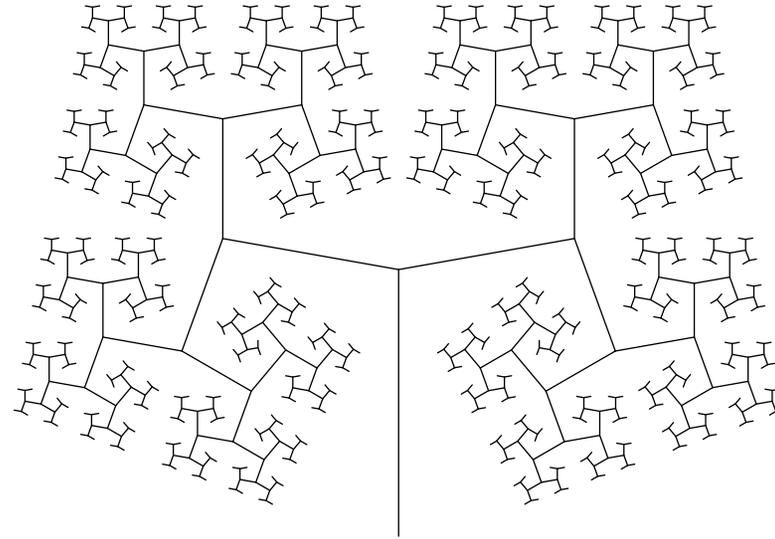
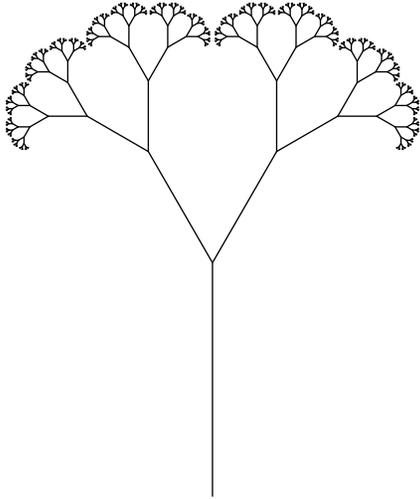
Solche Strukturen werden im VLSI-Design verwendet.

Fibonacci-Baum

Ein Fibonacci-Baum der Tiefe 12.



Fraktale Baldachine



Überblick

- ✓ Bäume in der Informatik und anderswo
- ✓ ASCII-Kunst
- ✓ 4 Regeln für ästhetisch ansprechende Zeichnungen
- ✓ Ein Streifzug durch die Wälder
- ✓ Wenn der Platz nicht reicht . . .

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit.

Dank an Joachim Korittky für *functional* METAPOST.